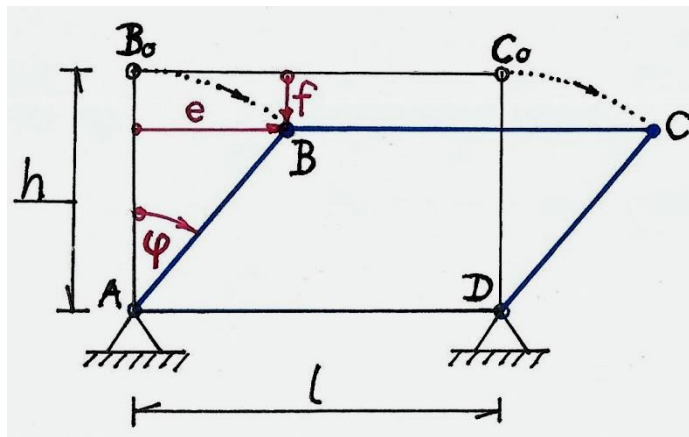


Négycsuklós rudazat

Középiskolásoknak készítettük az alábbi feladatot. A benne szereplő elmozduló rudazat a későbbi tanulmányokban is előjön, még összetettebb – kevésbé szimmetrikus – alakban.

A feladat

Adott a kezdetben $h \times l$ méretű téglalap alakú $ABCD$ csuklós rúdnégyszög.
Az A és D csuklók helyben maradók, a B és C csuklók elmozdulhatnak – 1. ábra.



1. ábra

A B , C csuklók egy h sugarú körív mentén mozoghatnak, miközben eredeti helyzetükhöz képest vízszintesen e , függőlegesen f elmozdulást végeznek. Ennek során az AB és CD rudak a kezdeti függőleges AB_0 és C_0D helyzetükhöz képest φ szöggel elfordulnak.

Határozzuk meg:

- ~ az $f \sim e$ kapcsolatot;
- ~ $e_{\max}$ és $f_{\max}$ értékét;
- ~ az f/e viszonyszámot a φ szögelfordulás függvényében!

A megoldás

Az 1. ábra alapján, Pitagorász tételével is:

$$\underline{\underline{f(e) = h - \sqrt{h^2 - e^2}}}. \quad (1)$$

Az 1. ábra szemlélete alapján:

$$\underline{\underline{e_{\max} = f_{\max} = h}}. \quad (2)$$

Ismét az 1. ábra szerint:

$$f = h - h \cdot \cos \varphi = h \cdot (1 - \cos \varphi) , \quad (3)$$

$$e = h \cdot \sin \varphi . \quad (4)$$

Most (3) és (4) - gyel is:

$$\frac{f}{e} = \frac{h \cdot (1 - \cos \varphi)}{h \cdot \sin \varphi} = \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} = \frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2} + \sin^2 \frac{\varphi}{2} - (\cos^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{\varphi}{2})}{2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2}} = \frac{2 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2}} = \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} ,$$

tehát:

$$\underline{\underline{\frac{f}{e} = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} .}} \quad (5)$$

Ezzel a kitűzött feladatokat megoldottuk.

Megjegyzések:

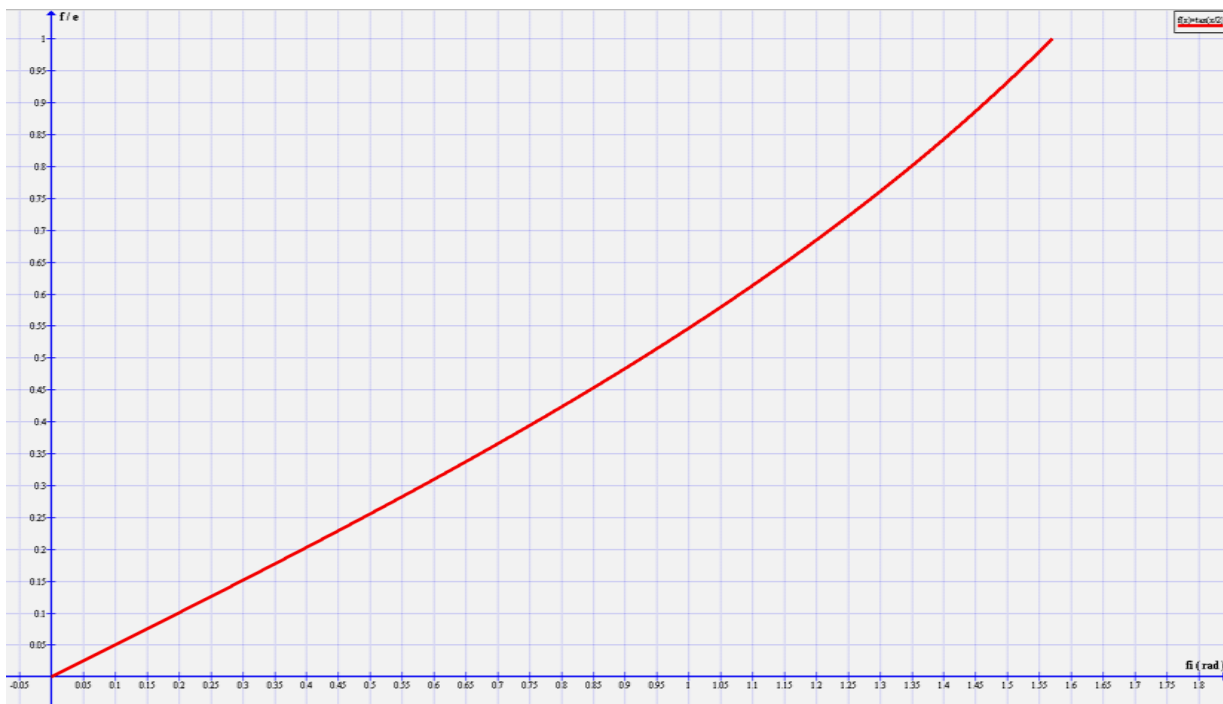
M1. Javasoljuk, hogy az érdeklődő Olvasó

~ (1) -ből vezesse le (3) - at;

~ közvetlenül írja fel (5) - öt, az ehhez készített magyarázó vázlatrajz alapján;

~ tegyen javaslatokat a φ szögelfordulás meghatározására, ha nincs szögmérő!

M2. Az (5) függvény alakját a 2. ábra mutatja a $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ szögtartományra.



2. ábra

M3. Egy érdekességre bukkantunk itt.

A rudazat által közrefogott paralelogramma területe a φ dőlésszög függvényében:

$$T(\varphi) = l \cdot (h \cdot \cos \varphi) = (l \cdot h) \cdot \cos \varphi = T_0 \cdot \cos \varphi . \quad (6)$$

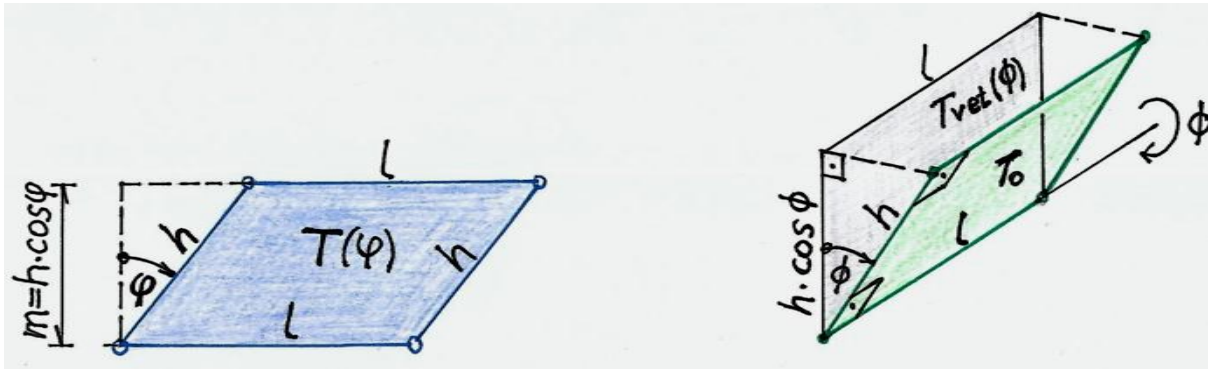
Most forgassuk el az eredetileg függőleges síkú téglalapot az **AD** oldal - egyenes mint tengely körül ϕ szöggel! Ekkor a ferde téglalap területe és annak a függőleges síkra vett vetületi területe közti összefüggés:

$$T_{vet}(\phi) = l \cdot (h \cdot \cos \phi) = (l \cdot h) \cdot \cos \phi = T_0 \cdot \cos \phi . \quad (7)$$

Látjuk, hogy (6) és (7) szerint:

$$T(\varphi) = T_{vet}(\phi) , \text{ ha } \varphi = \phi . \quad (8)$$

A helyzetet a 3. ábra szemlélteti. Érdekes, bár nem igazán jelentős ezen észrevételünk.



3. ábra

Ha $(\varphi, \phi) \rightarrow 90^\circ$, akkor $(T, T_{vet}) \rightarrow 0$.

M4. A fenti négycsuklós rudazattal már korábban is foglalkoztunk. Ehhez lásd

Az andráskereszt - modell működéséről című régebbi írásunkat!

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Szödliget, 2022. 05. 27.

Továbbiak: <https://galgoczi.net/>